

拡張カルマンフィルタFEMに基づく水位状況推定解析

JST新技術説明会 2023年 6月15日 (木)

倉橋 貴彦



長岡技術科学大学
工学研究院 機械系

発明のイメージ図



画像解析後、
水位をデータ化

↓
カルマンフィルタFEMによる浸水域の推定解析

↓
結果の可視化

(※リアルタイムにおける浸水域の高精度把握)



● : 撮影点 (観測点)

(カルマンフィルタFEMの利点)

通常の数値シミュレーションでは、モデルの仮定に従った解は得られるが、観測値に含まれる要因を全て網羅はできない。しかし、カルマンフィルタFEMでは、観測値に含まれる要因を、観測点のみならず流れ場に反映でき、シミュレーションの結果を観測値に合うように補正することができる。

東京湾モデルの流れ場推定解析の例の紹介

1. 拡張カルマンフィルタFEMについて

観測値を用いた最適推定解析をする（最適未知パラメータ算定の）ためのアプローチ

- 確定論的アプローチ (随伴変数法, 直接微分法等)
*** 問題: シミュレーション値が観測値に一致するように「未知パラメータ」を算定する.
- 確率論的アプローチ (カルマンフィルタ, 粒子フィルタ等)
*** 問題: 推定誤差を最小とするように「未知パラメータ」を算定する.

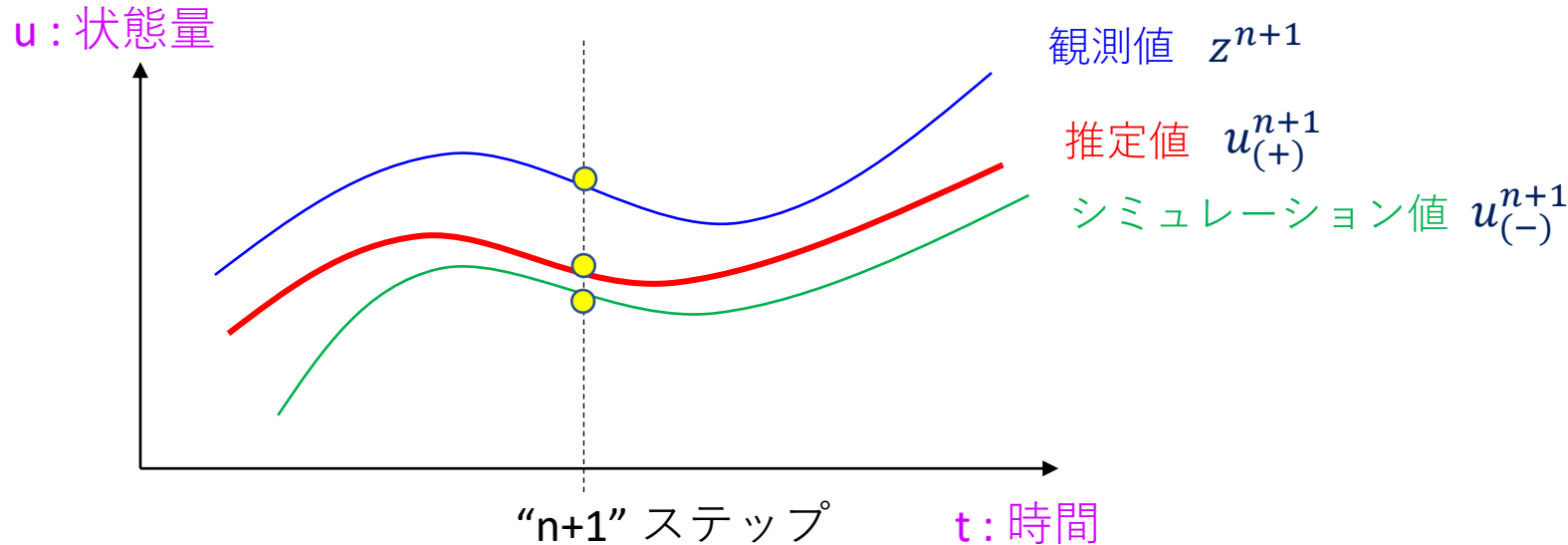
カルマンフィルタにおける“n+1”ステップの最適推定値

$$u_{(+)}^{n+1} = u_{(-)}^{n+1} + K^{n+1}(z^{n+1} - u_{(-)}^{n+1}) \quad \text{推定値を算定するための修正項}$$

$$= (1 - K^{n+1})u_{(-)}^{n+1} + K^{n+1}z^{n+1}$$

(-): シミュレーションの結果 (同化前の状態量)
(+): 観測値zを用いて修正した値 (同化後の状態量)

K^{n+1} : カルマンゲイン (※推定誤差を最小とする様に与えられる.)
 z^{n+1} : 観測値



検討例の紹介

1. Kalman filterとFEMを融合した手法により、東京湾モデルに対する潮流推定解析を実施し推定精度に関する考察を実施.

2. 潮流発電に対する発電ポテンシャルを算定.

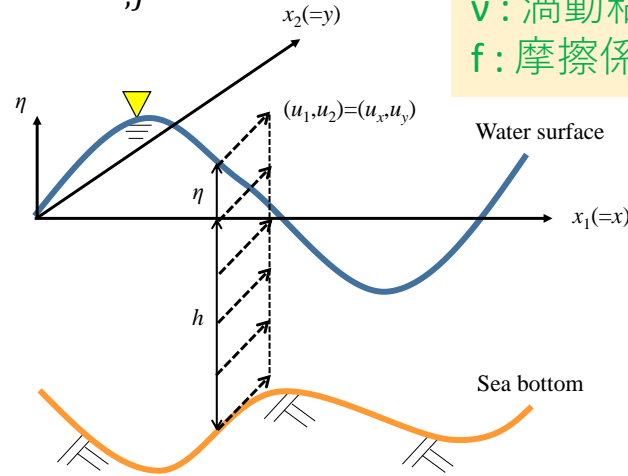
Fig : 確率論的アプローチにおける推定値の計算のイメージ図

2. 有限要素法に基づく支配方程式の離散化

支配方程式
(非線形浅水長波方程式)

$$\dot{u}_i + u_j u_{i,j} + g \eta_{,i} - v(u_{i,j} + u_{j,i})_{,j} + f u_i = 0$$

$$\dot{\eta} + ((h + \eta)u_i)_{,i} = 0$$



Assumption:
*The current velocity from the water surface to the sea bottom is uniform.
*Water pressure is represented by hydrostatic pressure.

u_i : x,y方向流速
 η : 水位
 g : 重力加速度
 h : 平均水深
 v : 渦動粘性係数
 f : 摩擦係数

重み付き残差方程式

$$\int_{\Omega_e} u_i^* (\dot{u}_i + u_j u_{i,j} + g \eta_{,i} - v(u_{i,j} + u_{j,i})_{,j} + f u_i) d\Omega = 0$$

$$\int_{\Omega_e} \eta^* (\dot{\eta} + ((h + \eta)u_i)_{,i}) d\Omega = 0$$

有限要素方程式

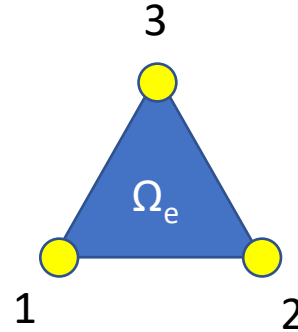
$$[M_e]\{\dot{U}_{ei}\} + \bar{u}_{ej}[S_{ej}]\{U_{ei}\} + g[S_{ei}]\{E_e\} - v([H_{ejj}]\{U_{ei}\} + [H_{eij}]\{U_{ej}\}) + f[M_e]\{U_{ei}\} = \{0\}$$

$$[M_e]\{\dot{E}_{ei}\} + \bar{u}_{ei}[S_{ei}]\{E_{ei}\} + \bar{u}_{ei}[S_{ei}]\{h_{ei}\} + (\bar{h}_e + \bar{\eta}_e)[S_{ei}]\{U_{ei}\} = \{0\}$$

ガラーキン法

状態変数と重み関数に
同様の補間関数を適用
(N: 形状関数)

三角形一次要素



流速 u_i · 水位 η
同様の補間関数を使用
(同次補間)

$$u_i(x, y) = \sum_{k=1}^3 N_k u_{ik}$$

$$u_i^*(x, y) = \sum_{k=1}^3 N_k u_{ik}^*$$

$$\eta(x, y) = \sum_{k=1}^3 N_k \eta_k$$

$$\eta^*(x, y) = \sum_{k=1}^3 N_k \eta_k^*$$

$$[M_e]\{\dot{U}_{ei}\} + \bar{u}_{ej}[S_{ej}]\{U_{ei}\} + g[S_{ei}]\{E_e\} - v([H_{ejj}]\{U_{ei}\} + [H_{eij}]\{U_{ej}\}) + f[M_e]\{U_{ei}\} = \{0\}$$

$$[M_e]\{\dot{E}_{ei}\} + \bar{u}_{ei}[S_{ei}]\{E_{ei}\} + \bar{u}_{ei}[S_{ei}]\{h_{ei}\} + (\bar{h}_e + \bar{\eta}_e)[S_{ei}]\{U_{ei}\} = \{0\}$$



時間方向の離散化：セレクトティブ・ランピング法の適用

時間方向に離散化された有限要素方程式

$$\frac{1}{\Delta t} ([\bar{M}_e]\{U_{ei}\}^{n+1} - [\tilde{M}]\{U_{ei}\}^n) + \bar{u}_{ej}^n[S_{ej}]\{U_{ei}\}^n + g[S_{ei}]\{E_e\}^n - v([H_{ejj}]\{U_{ei}\}^n + [H_{eij}]\{U_{ej}\}^n) + f[M_e]\{U_{ei}\}^n = \{0\}$$

$$\frac{1}{\Delta t} ([\bar{M}_e]\{E_{ei}\}^{n+1} - [\tilde{M}]\{E_{ei}\}^n) + \bar{u}_{ei}^n[S_{ei}]\{E_{ei}\}^n + \bar{u}_{ei}^n[S_{ei}]\{h_{ei}\}^n + (\bar{h}_e^n + \bar{\eta}_e^n)[S_{ei}]\{U_{ei}\}^n = \{0\}$$

整合質量行列, 集中質量行列

$$[M] = \frac{A_e}{12} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}, \quad [\bar{M}] = \frac{A_e}{3} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$$[\tilde{M}] = (1-e)[\bar{M}] + e[M]$$

e: ランピングパラメータ (0 ≤ e ≤ 1)

有限要素方程式

$$\{\hat{\phi}^{n+1}\} = [A^n]\{\hat{\phi}^n\} + \{N^n\}$$

3. Kalman filter 理論において使用する方程式

有限要素方程式 (推定値の計算)

$$\{\hat{\phi}_{(-)}^{n+1}\} = [A^n] \{\hat{\phi}_{(+)}^n\} + \{N^n\}$$

$$\{\hat{\phi}_{(+)}^{n+1}\} = \{\hat{\phi}_{(-)}^{n+1}\} + [K_1^{n+1}] (\{z^{n+1}\} - [H] \{\hat{\phi}_{(-)}^{n+1}\})$$

(-) : 同化前 (観測値による修正前)
(+) : 同化後 (観測値による修正後)

システム方程式 (真値の計算)

$$\{\phi^{n+1}\} = [A^n] \{\phi^n\} + \{N^n\} + [\Gamma] \{q^n\}$$

状態遷移行列

駆動行列

システムノイズ

観測方程式

$$\{z^{n+1}\} = [H] \{\phi^{n+1}\} + \{r^{n+1}\}$$

観測行列

観測ノイズ

推定値と真値の関係

$$\{\hat{\phi}\} = \{\phi\} + \{p\}$$

推定値 真値 推定誤差

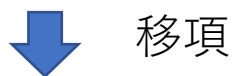
推定値は、
真値と推定誤差の和により表される。

Kalman filter理論に基づく定式化

同化後の推定誤差を最小とするように「Kalman gain行列」を誘導

同化後の推定値

$$\{\hat{\phi}_{(+)}^{n+1}\} = \{\phi^{n+1}\} + \{p_{(+)}^{n+1}\} \quad \{p_{(+)}^{n+1}\} \text{ 同化後の推定誤差}$$



$$\begin{aligned} \{p_{(+)}^{n+1}\} &= \{\hat{\phi}_{(+)}^{n+1}\} - \{\phi^{n+1}\} \\ &= \{\hat{\phi}_{(-)}^{n+1}\} + [K_1^{n+1}](\{z^{n+1}\} - [H]\{\hat{\phi}_{(-)}^{n+1}\}) - \{\phi^{n+1}\} \\ &= ([I] - [K_1^{n+1}][H])\{p_{(-)}^{n+1}\} + [K_1^{n+1}]\{r^{n+1}\} \end{aligned}$$

同化後の推定値の計算式,
観測方程式を代入

※同化後の推定誤差 $\{p_{(+)}^{n+1}\}$ をカルマンゲイン行列 $[K_1^{n+1}]$ の関数として表示

同化後の推定誤差の共分散行列

$$[P_{(+)}^{n+1}] = \langle \{p_{(+)}^{n+1}\} \{p_{(+)}^{n+1}\}^T \rangle$$



$$\frac{\partial}{\partial [K_1^{n+1}]} \text{tr}([P_{(+)}^{n+1}]) = -2[P_{(-)}^{n+1}][H]^T + 2[K_1^{n+1}][H][P_{(-)}^{n+1}][H]^T + 2[K_1^{n+1}][R^{n+1}] = [0]$$



$$[K_1^{n+1}] = [P_{(-)}^{n+1}][H]^T ([H][P_{(-)}^{n+1}][H]^T + [R^{n+1}])^{-1}$$

推定値と真値の関係

$$\{\hat{\phi}\} = \{\phi\} + \{p\}$$

推定値 真値 推定誤差

推定値は、
真値と推定誤差の和により表される。

同化後の推定誤差を最小とするように「Kalman gain行列」を誘導

拡張Kalman filter FEMの計算の流れ

(※非線形のシステム方程式を用いたKalman filter)

$$[F^n] = \left. \frac{\partial([A]\{\hat{\phi}^n\} + \{N^n\})}{\partial\{\phi^n\}} \right|_{\{\phi^n\}=\{0\}}$$

1 初期条件 $\{\hat{\phi}_{(+)}^0\}$ およびその他計算条件の入力

線形化した状態遷移行列

2 推定誤差共分散行列の計算

$$[P_{(-)}^{n+1}] = [F^n][P_{(+)}^n][F^n]^T + [\Gamma][Q^n][\Gamma]$$

3 Kalman gain 行列の計算

$$[K_1^{n+1}] = [P_{(-)}^{n+1}][H]^T \left([H][P_{(-)}^{n+1}][H]^T + [R^{n+1}] \right)^{-1}$$

4 予測誤差共分散行列の計算

$$[P_{(+)}^{n+1}] = [P_{(-)}^{n+1}] - [K_1^{n+1}][H][P_{(-)}^{n+1}]$$

5 推定値の計算

$$\{\hat{\phi}_{(-)}^{n+1}\} = [A^n]\{\hat{\phi}_{(+)}^n\} + \{N^n\}$$

6 最適推定値の計算

$$\{\hat{\phi}_{(+)}^{n+1}\} = \{\hat{\phi}_{(-)}^{n+1}\} + [K_1^{n+1}](\{z^{n+1}\} - [H]\{\hat{\phi}_{(-)}^{n+1}\})$$

4. 数値解析例

東京湾モデル (CASE A)

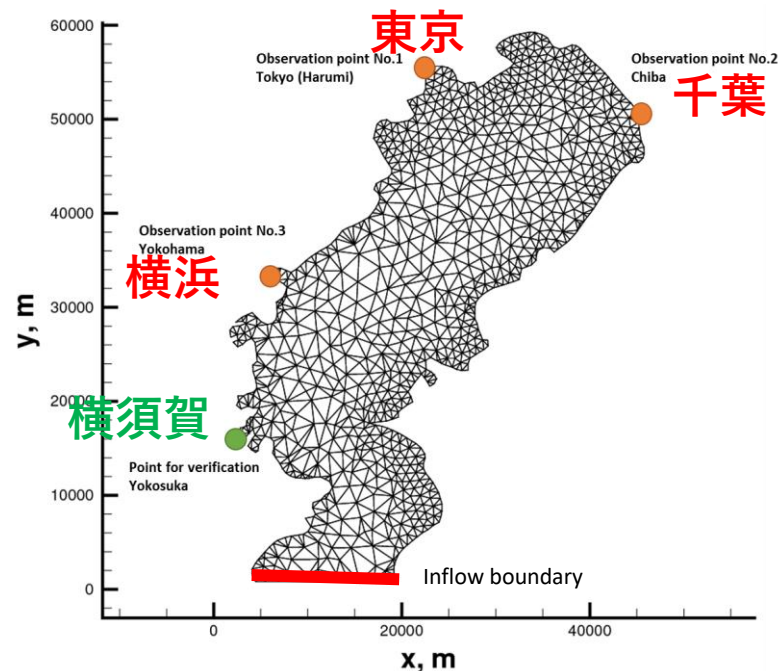
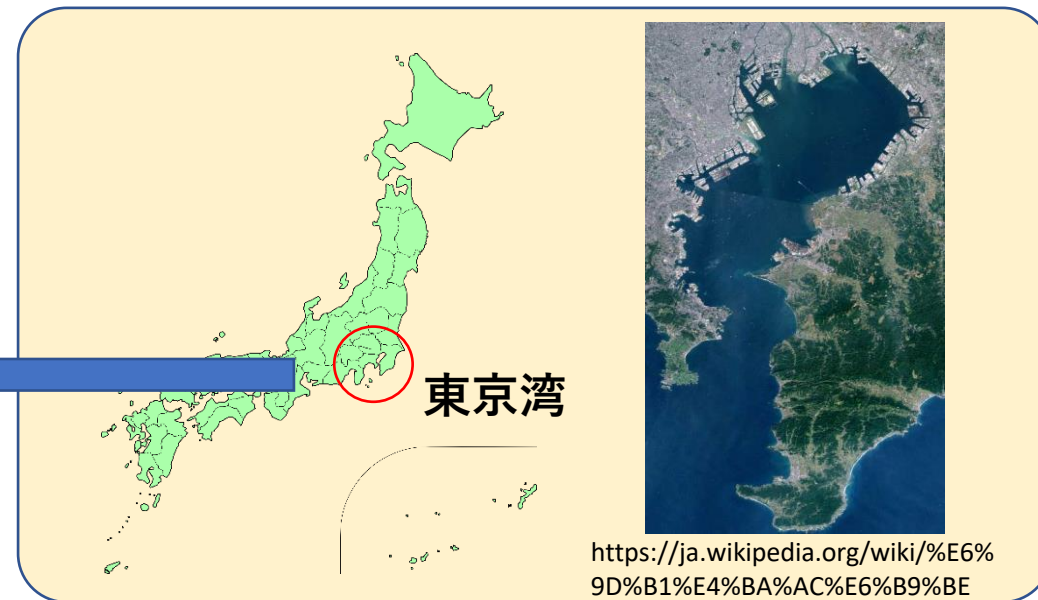


Fig. Position of observation points and points for verification .



・ Position of observation points, and observation variable

● : 観測点

- ・ 東京
- ・ 千葉
- ・ 横浜

観測値 : 検潮所における水位の履歴

● : 推定点

観測値と推定値を比べ、推定精度を検証する点

目的 :

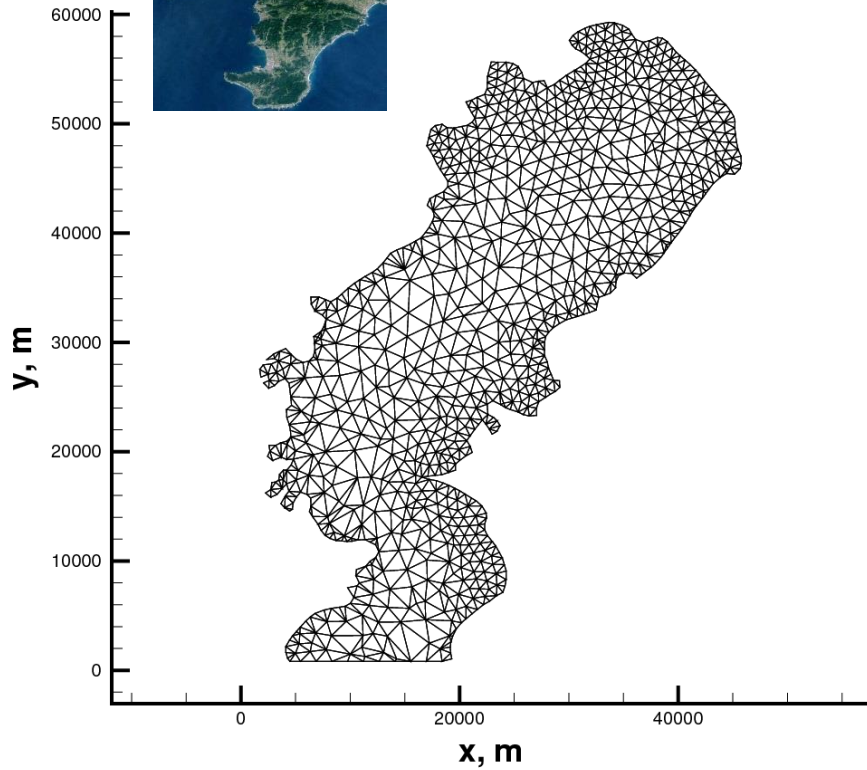
拡張Kalman filter FEMにより潮流推定解析を実施し、推定精度に関する考察を実施

- ・ 「線形浅水長波方程式, Kalman filter FEM」, 「非線形浅水長波方程式, 拡張Kalman filter FEM」の比較
- ・ 観測点位置が推定精度に与える影響
- ・ 潮流発電ポテンシャルの算定

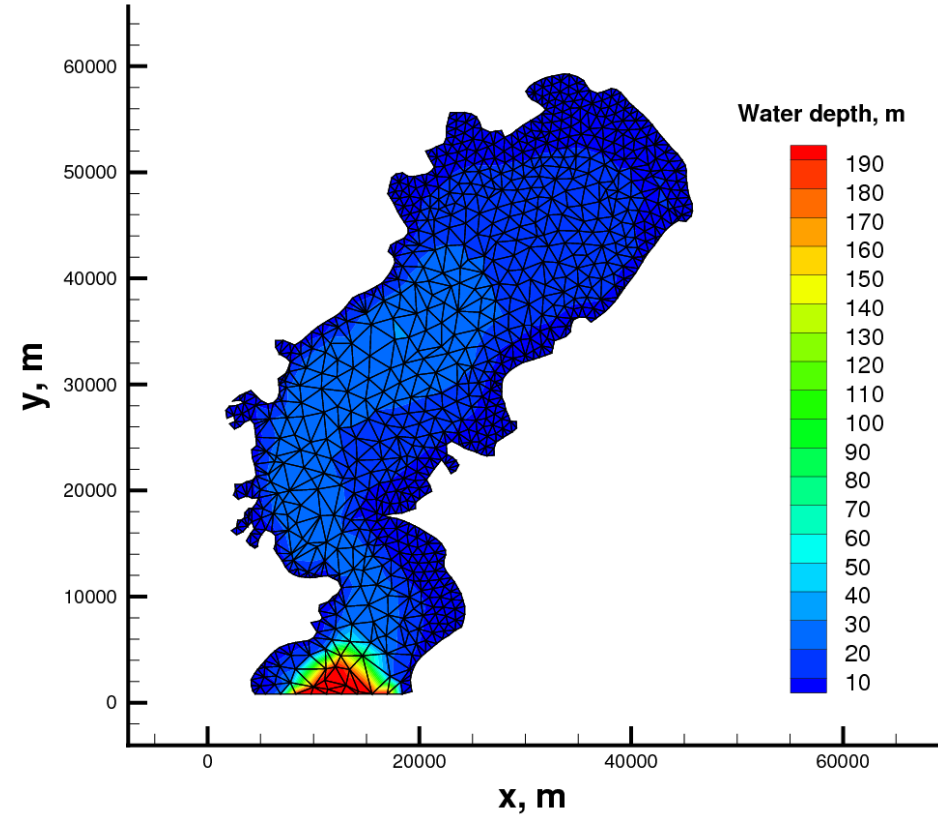
計算条件



節点数; 1052
要素数; 1731



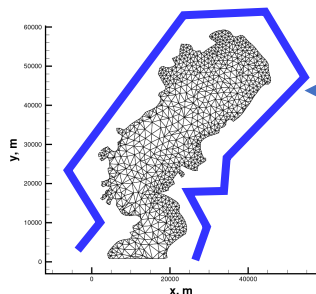
有限要素メッシュ図



平均水深の分布図

Fig. Finite element mesh and distribution of water depth.

陸境界 (スリップ境界条件)

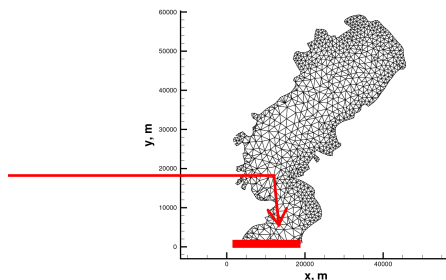


$$\begin{Bmatrix} u_{slip} \\ v_{slip} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos^2 \theta & \cos \theta \sin \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u \\ v \end{Bmatrix}$$

- u_{slip} Flow velocity for X direction after slip treatment [m/s]
- v_{slip} Flow velocity for Y direction after slip treatment [m/s]
- u Flow velocity for X direction before slip treatment [m/s]
- v Flow velocity for Y direction before slip treatment [m/s]
- θ Tangent angle on land boundary [deg.]

流入境界条件 主要4分潮

$$\eta(t) = \sum_{i=1}^4 a_i \sin\left(\frac{2\pi t}{T_i} + \kappa_i\right)$$



Tab. Tidal harmonic constants for major four tidal components in Tateyama.

i	各成分	振幅 a_i , m	位相差 κ_i , deg.	周期 T_i
1	M2	0.3605	146.48	12h25m
2	S2	0.1707	174.36	12h00m
3	K1	0.2318	177.13	25h49m
4	O1	0.1823	158.40	23h50m

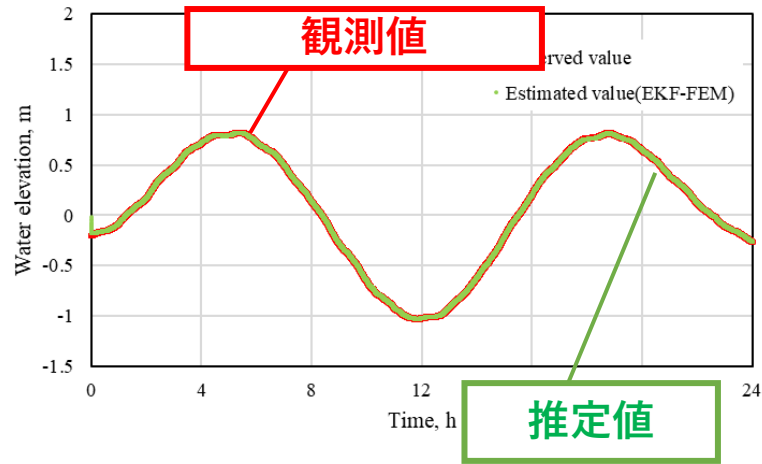
Tab. 計算条件

Time steps	86400
Time increment Δt [s]	1.0
Number of nodes	1052
Number of elements	1731
Lumping parameter	0.8
Gravitational acceleration [m/s ²]	9.8
Constant of the bottom friction term f [s ⁻¹]	0.002
vortex viscosity coefficient ν [m ² /s]	0.001
Diagonal component of system error covariance matrix	0.0001
Diagonal component of observation error covariance matrix	0.1

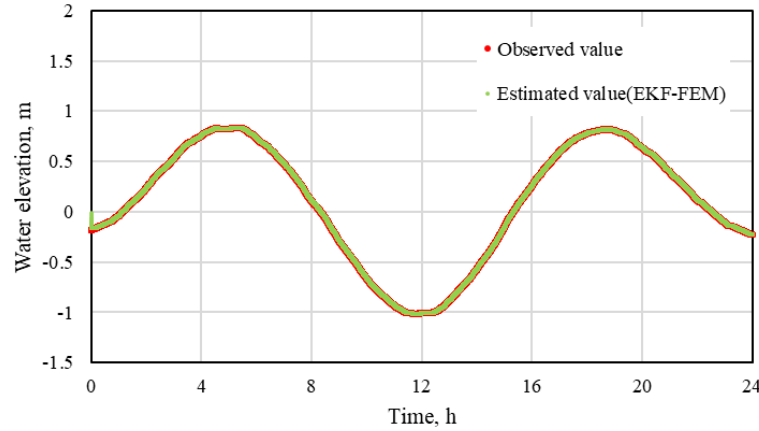
※e=0.8と設定.

観測値と推定値の比較

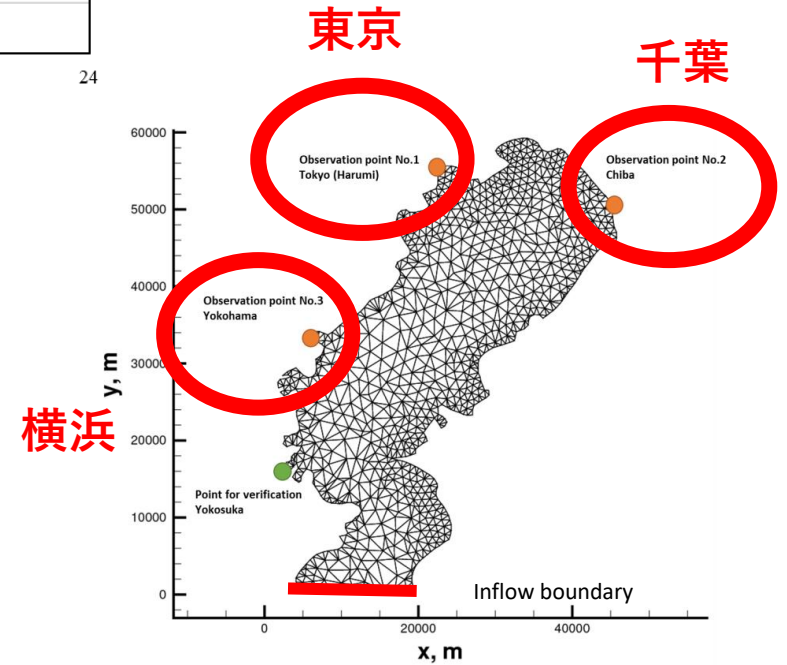
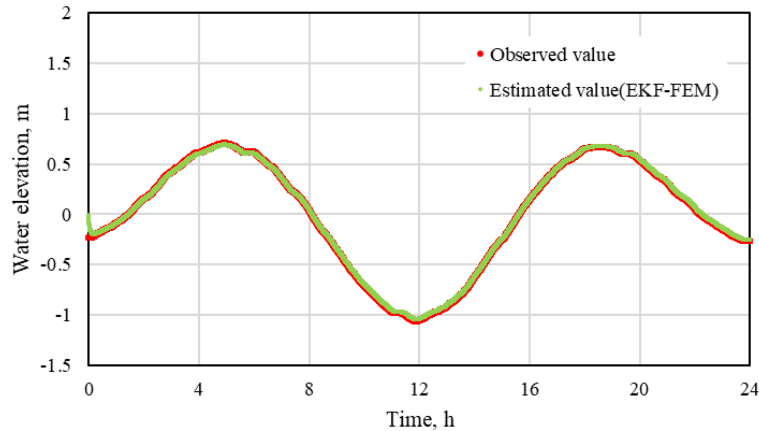
東京

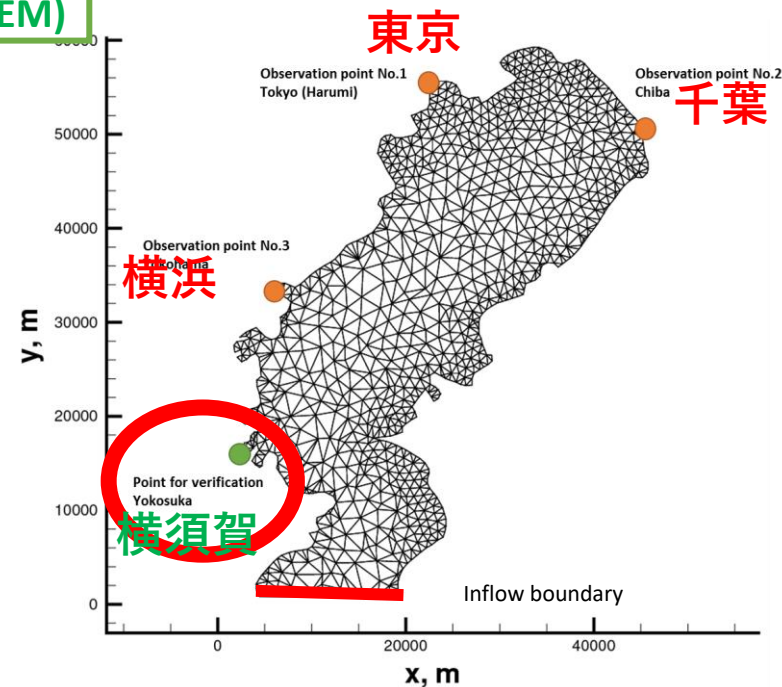
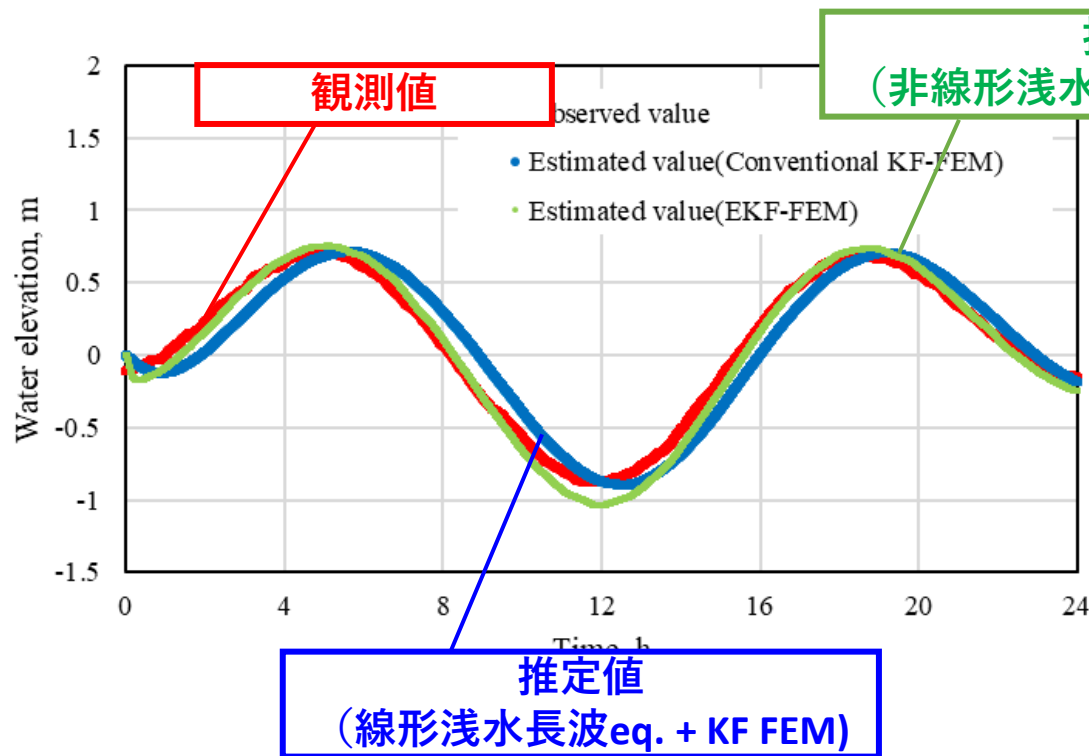


千葉

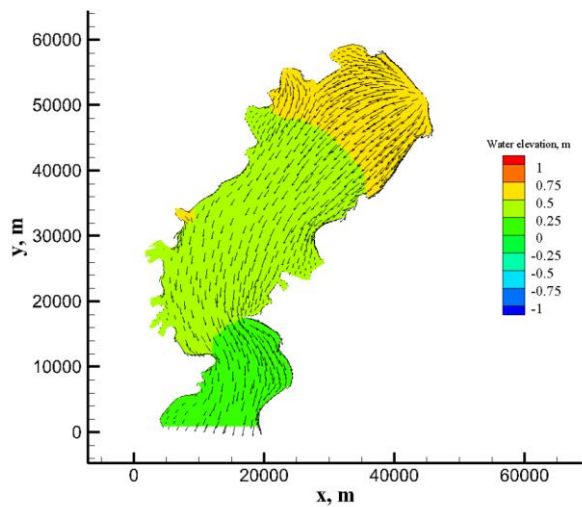


横浜

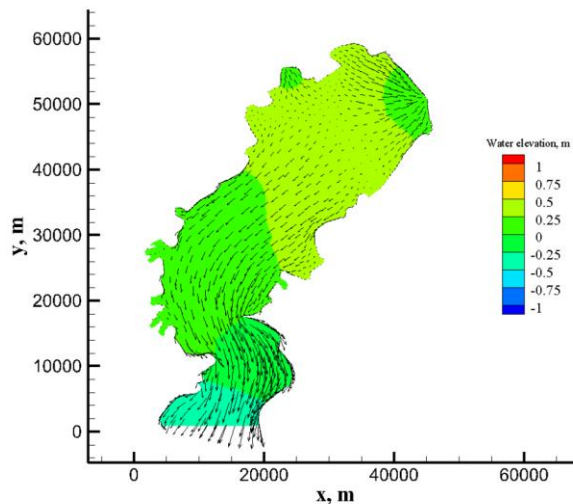




推定値 (システム方程式：線形浅水長波eq.) に比べて、推定値 (システム方程式：非線形浅水長波eq. + EKF FEM) の方が観測値との位相差を小さくすることができている。(推定値の振幅には大きな差は見受けられない。)

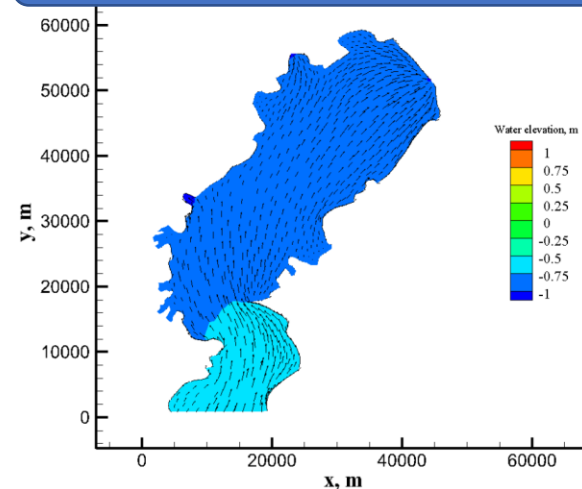


T=4.0h

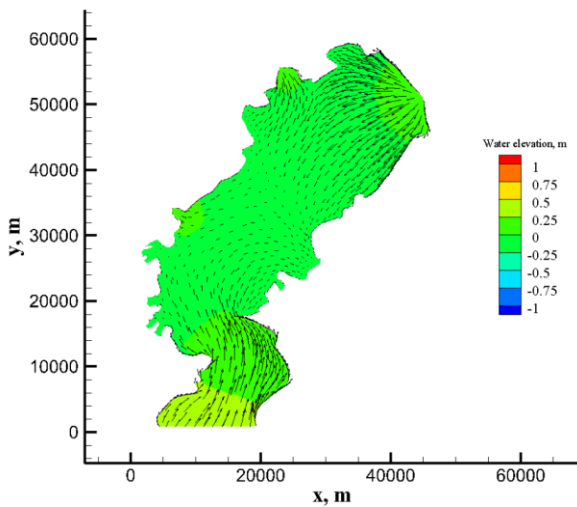


T=8.0h

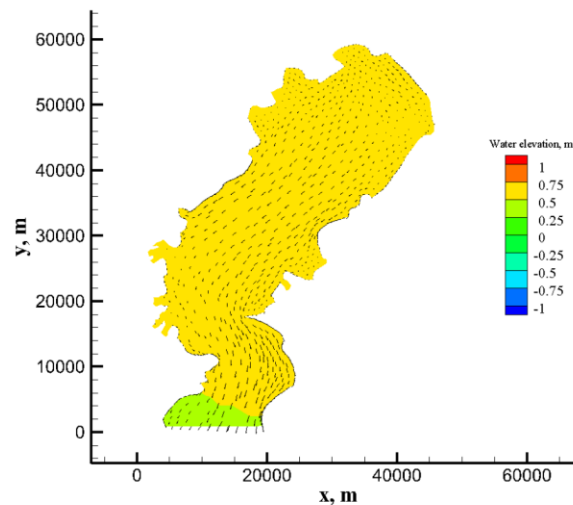
ランピングパラメータ $e=0.8$



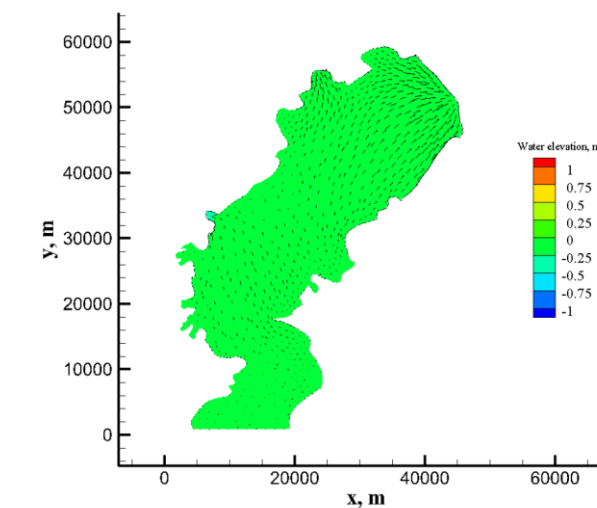
T=12.0h



T=16.0h



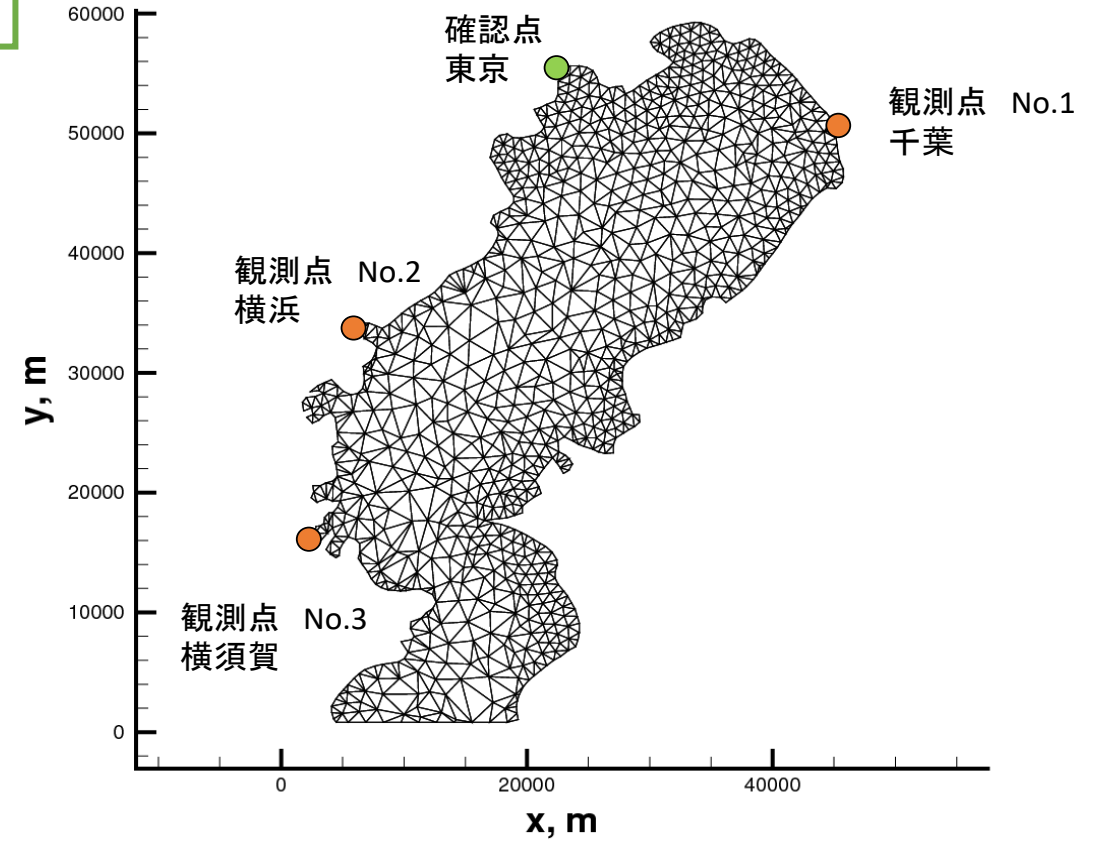
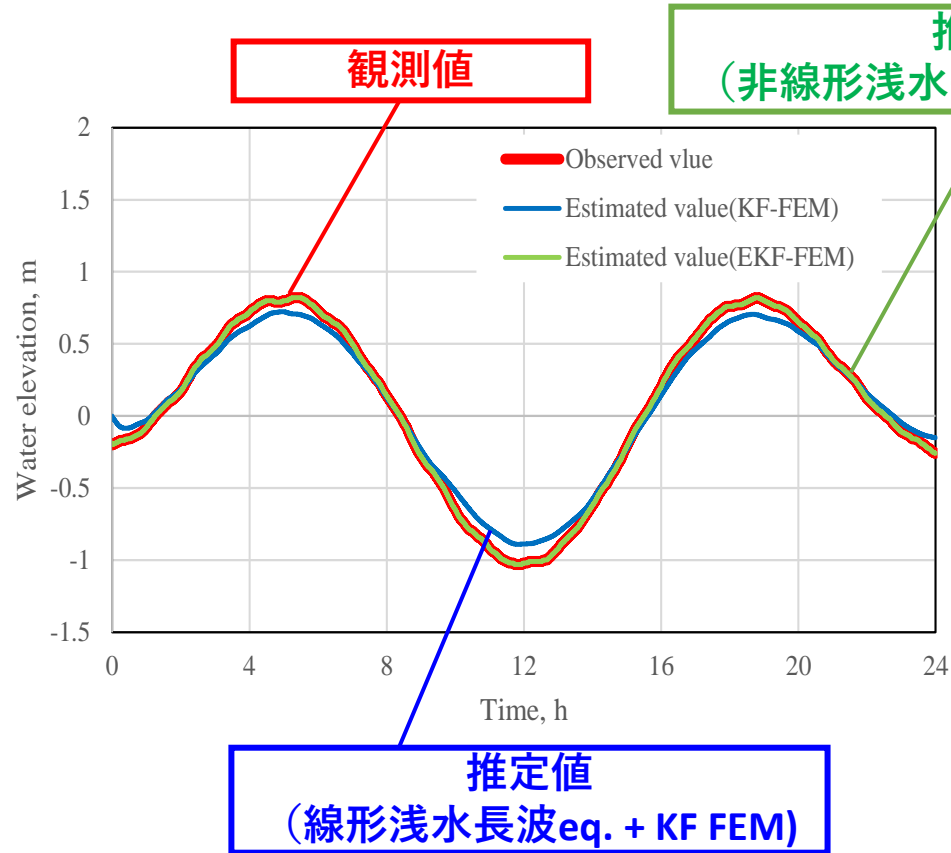
T=20.0h



T=24.0h

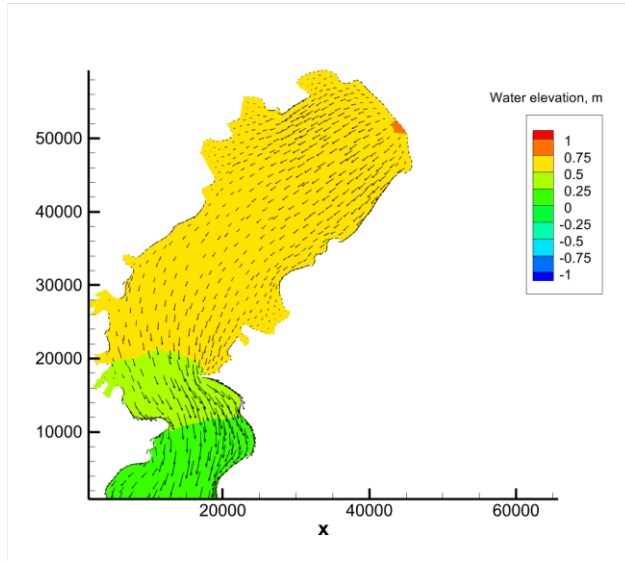
東京における観測水位と推定水位の比較 (CASE B)

(観測点：千葉，横浜，横須賀， 確認点：東京 とした場合)

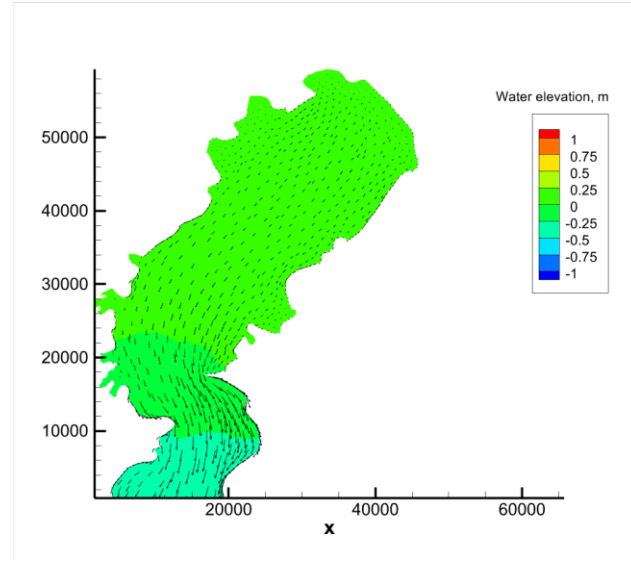


推定値 (システム方程式：線形浅水長波eq.)に比べて，推定値 (システム方程式：非線形浅水長波eq. + EKF FEM)の方が観測値との振幅の一致性が高いことを確認できる。(位相差には大きな差は見受けられない。)

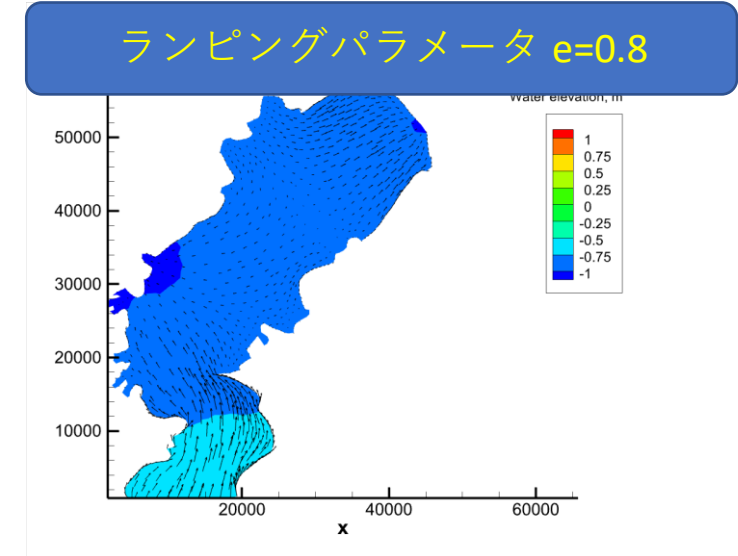
Case B : 流速ベクトルおよび水位の分布図 (EKF-FEMによる推定結果)



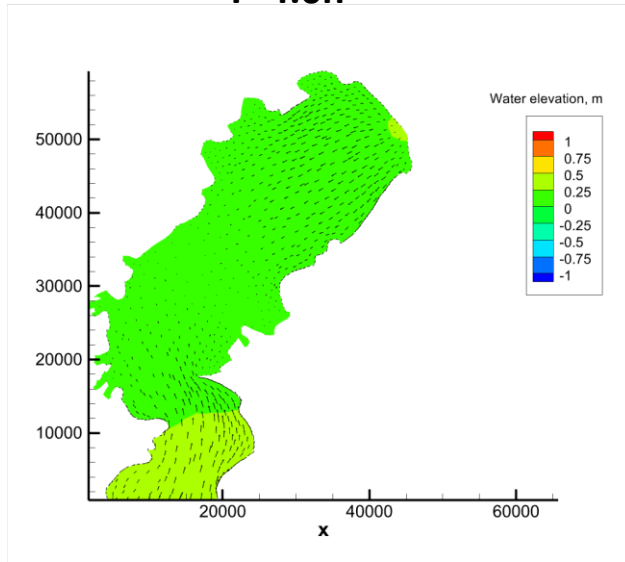
T=4.0h



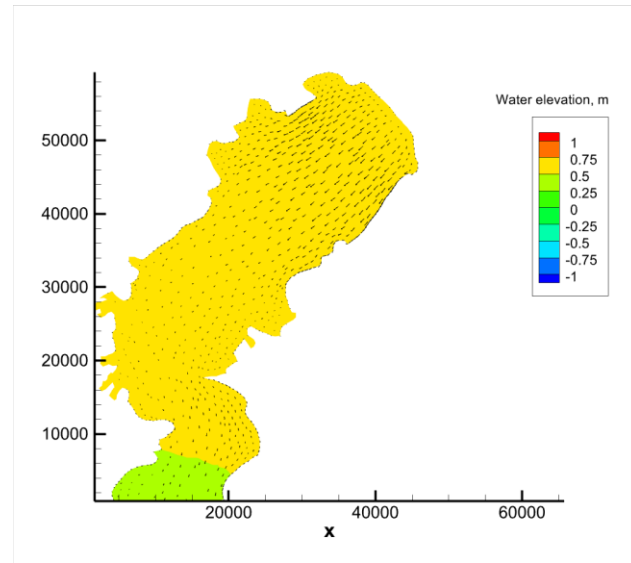
T=8.0h



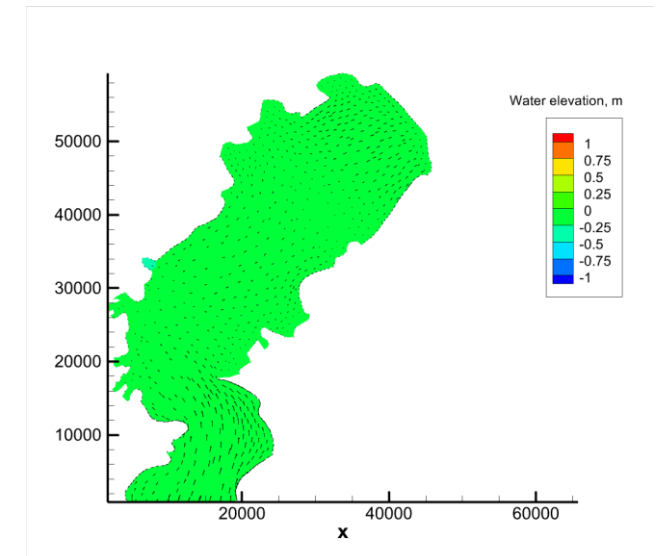
T=12.0h



T=16.0h



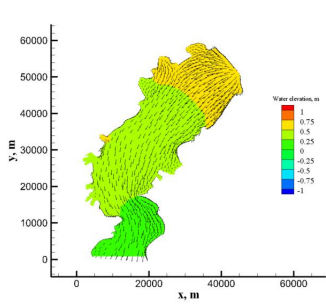
T=20.0h



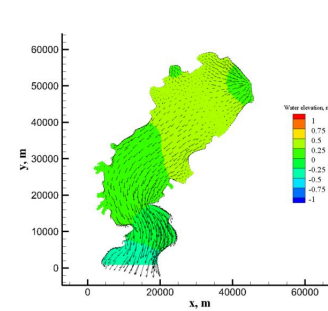
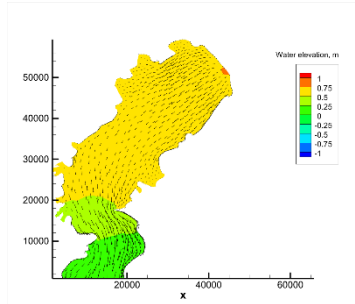
T=24.0h

Case A, B : 流速ベクトルおよび水位の分布図の比較
(EKF-FEMによる推定結果)

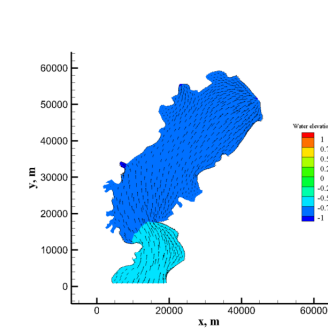
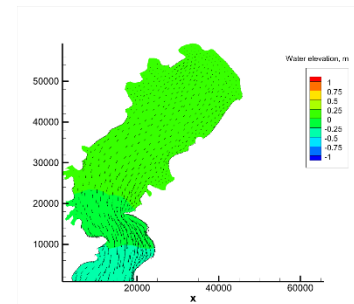
(※左: Case A (観測点: 東京, 千葉, 横浜), 右: Case B (観測点: 千葉, 横浜, 横須賀))



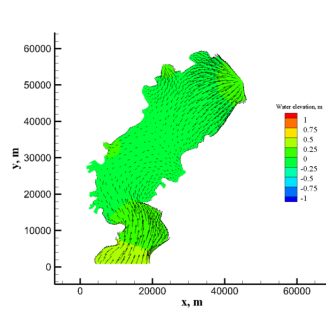
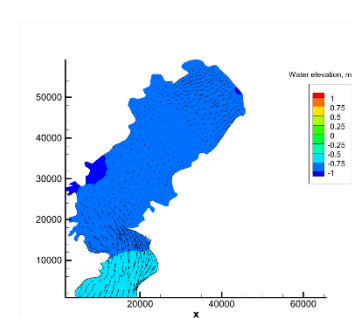
T=4.0h



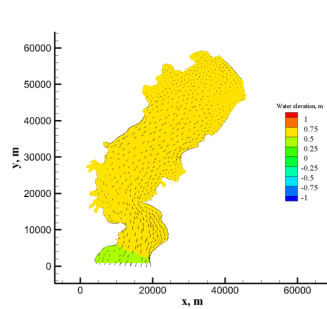
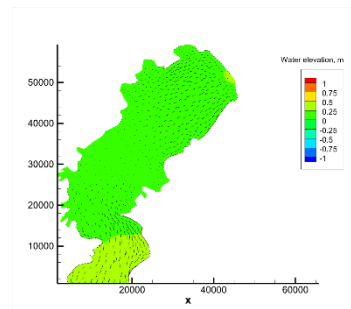
T=8.0h



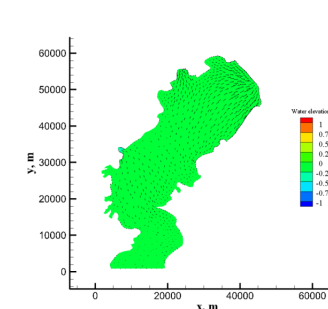
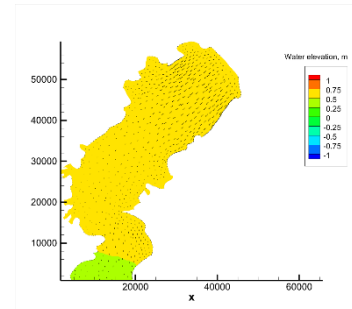
T=12.0h



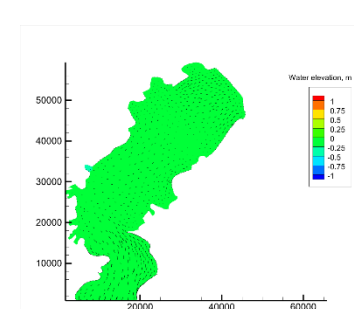
T=16.0h



T=20.0h



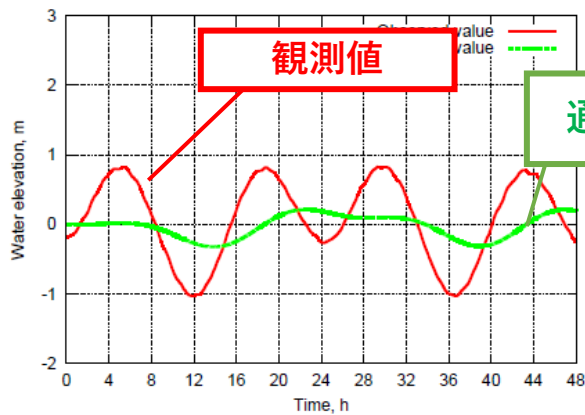
T=24.0h



従来技術 (従来技術における問題点)

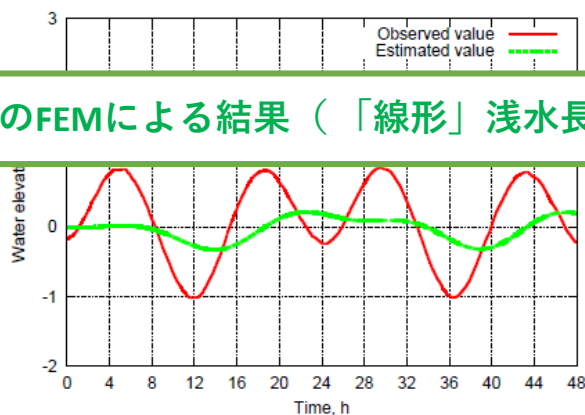
参考: 「線形」浅水長波eq.を用いた順解析結果 (通常のFEM) の結果と観測値の比較

東京



No.1 Tokyo(Harumi).

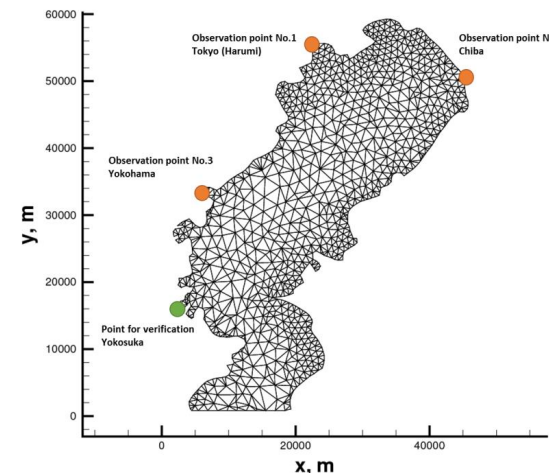
千葉



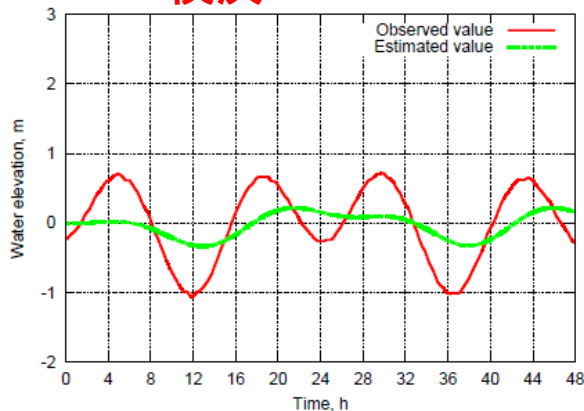
No.2 Chiba.

通常のFEMによる結果 (「線形」浅水長波eq.)

ランピングパラメータ $e=0.8$

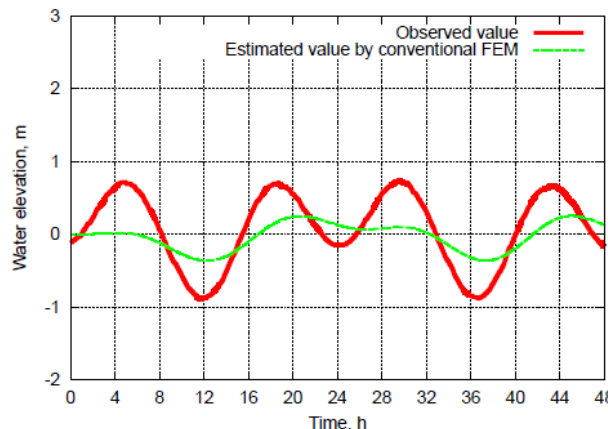


横浜



No.3 Yokohama.

横須賀



Yokosuka

観測値を用いたデータ同化解析 (最適推定シミュレーション) を実施することにより、通常の流れ解析に比べより実測に近いシミュレーションを実施できる。

脱炭素を面白く

EnergyShift®



HOME

新着

エネルギー

モビリティ

気候変動

エナジフTV

サステナブル

日本でもSAE製潮流発電を九州で実証

SAEは日本にも関係するようになってきている。同社の作った500kW出力のAR500が、日本で行われる実証試験に採用されたのだ。

長崎県五島市がこの2021年1月18日、五島市の奈留瀬戸において、日本初となる大型潮流発電機の実証事業を開始すると発表したのがそれだ。

実証で使用するSAEの大型潮流発電機が英国から同市奈留瀬戸に到着。九電みらいエナジーが2021年1月下旬に発電機の設置工事を始め、実証機を設置後、2021年2月まで実証を行う予定となっていた。

報道によると、この事業は、環境省「潮流発電技術実用化推進事業」として、九州電力グループの九電みらいエナジーと、共同実施者のNPO法人長崎海洋産業クラスター形成推進協議会（長崎県長崎市）が取り組んでいる。

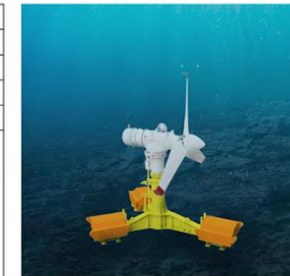
この潮流発電機は、水深約40mの海底に設置された。同事業は、国内初となる500kW規模の潮流発電の実証を行うもので、日本の海域に適し、普及可能性が高い潮流発電の開発と実証を実施し、再生可能エネルギーの導入量の拡大とCO₂の削減をさらに進めることを目的としている。事業期間は2019年8月～2021年2月。予算は18億円。SAE社の実機が設置されるかなり前から準備が進められてきたようだ。

一般に潮流発電には毎秒1m以上の流速が必要だが、実証試験を行う奈留瀬戸では最大で毎秒3m以上となることから、国から海洋再生可能エネルギーの実証フィールドに選定されている。今回採用したSAE社の発電機は、出力500kW、高さ約23m、重量約1,000トン、回転数7～12rpm（回転/分）。発電機は奈留町漁業協同組合の共同漁業権の海域に設置される。実証後、機器は撤去され、英国へ返送されることになっていた。

なお、九電みらいエナジー社に確かめたところ、コロナウイルス感染防止のため英国からの技術者の往来が難しかったために、2021年2月に終わるはずだったこの実証事業は、2022年3月31日まで延長されている。



メーカー	SIMEC ATLANTIS ENERGY (SAE 社)※3
出力	500kW
高さ	約23m (ブレード長: 約8m)
重量	1,000t 程度
回転数	7～12rpm
設置のイメージ	<p>発電機 水深約40m地点に設置 負荷装置</p>



発電機イメージ

出典 九電みらいエナジー

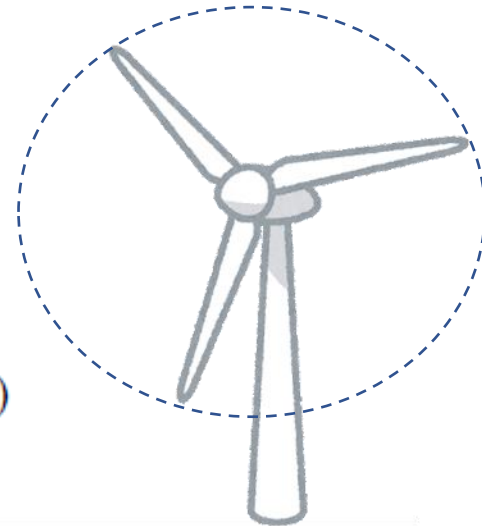
環境省「令和4年度潮流発電による地域の脱炭素化モデル構築事業」の一環として長崎海洋産業クラスター形成推進協議会（長崎県長崎市）と共同で実施するもので、**発電開始は2024年度を予定**している。

<https://project.nikkeibp.co.jp/ms/atcl/19/news/00001/02436/?ST=msb#:~:text=>

潮流発電ポテンシャルの算定

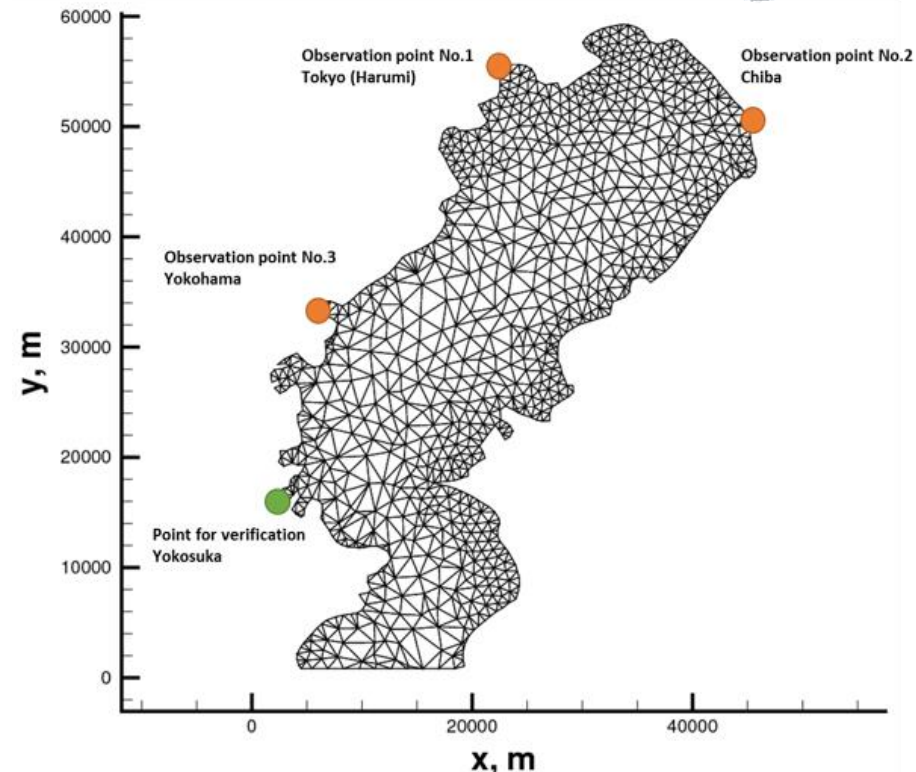
計算式 (※風力発電のエネルギー量の計算式)

$$\bar{P} = \frac{1}{2} \rho A \eta_T \frac{1}{\Delta t \times imax} \int_0^{\Delta t \times imax} (v(t))^3 dt = \frac{1}{2} \rho A \eta_T \frac{1}{\Delta t \times imax} \sum_{n=0}^{imax-1} \frac{1}{2} ((|v^n|)^3 + (|v^{n+1}|)^3)$$



表：各パラメータの設定

Sweep area A [m^2]	1.0
Parameter η_T	1.0
Time increment dt [s]	1.0
Time step $imax$	86400
Density ρ [kg/m^3]	1.0

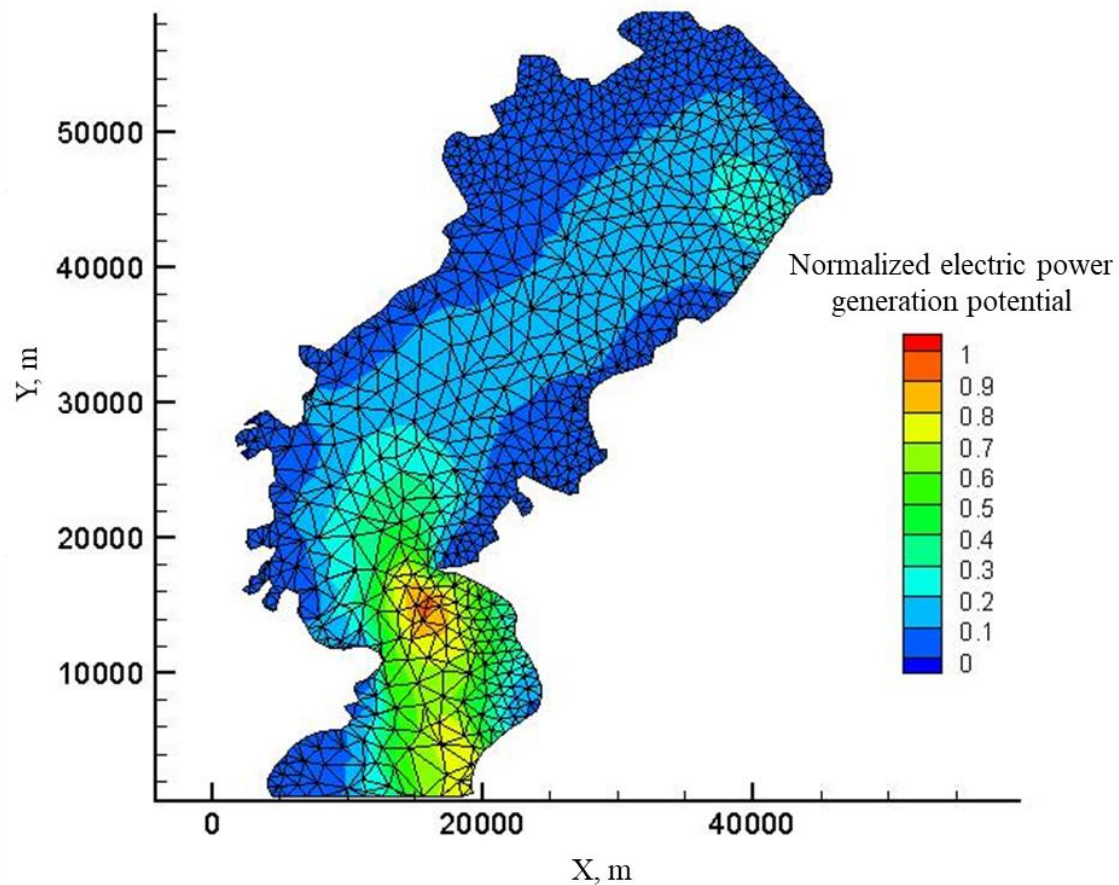


※最終的にポテンシャル分布を最大値により正規化するため、各種パラメータは1.0と与えている。

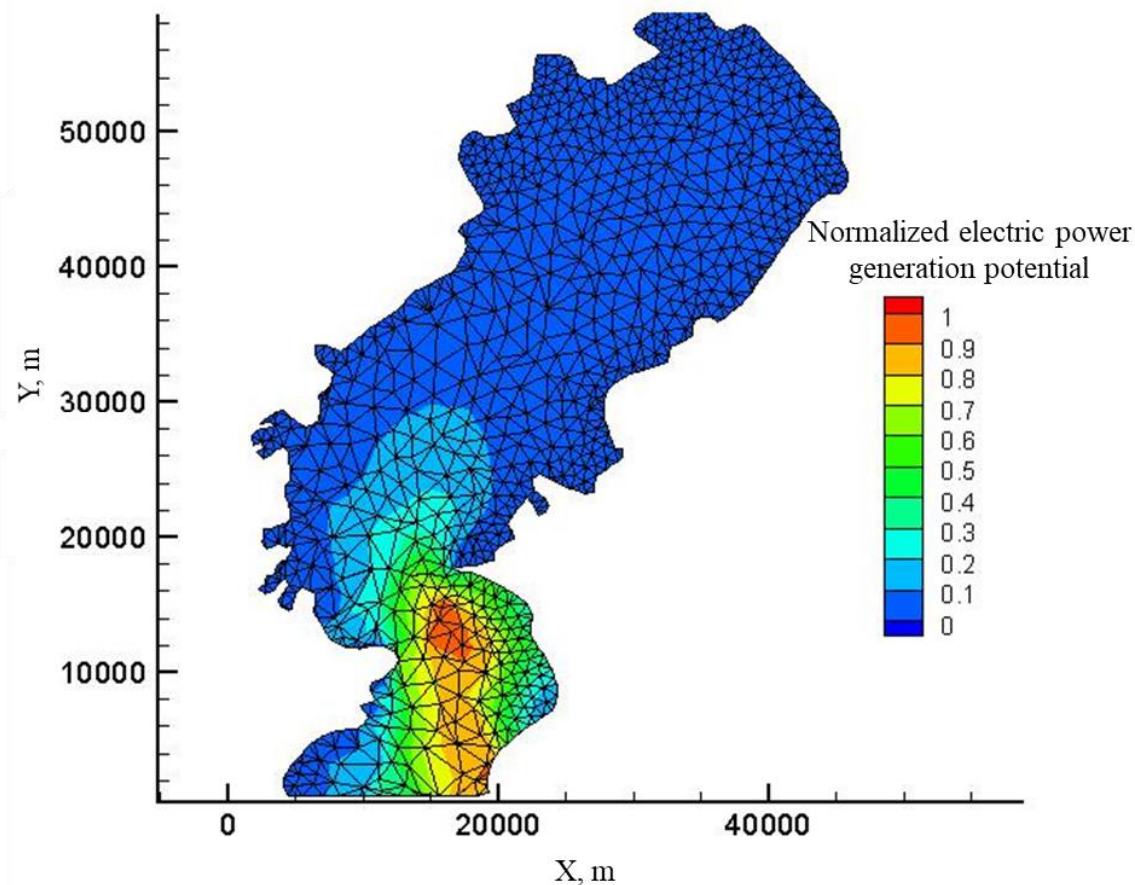
(※エネルギー変換効率の係数 $\eta_T < 1$)

観測点位置と推定点位置

東京湾における発電ポテンシャルの算定結果 (正規化処理有り)



東京湾における発電ポテンシャルの分布
(カルマンフィルタ,24h)



東京湾における発電ポテンシャルの分布
(拡張カルマンフィルタ,24h)

■ 実用化に向けた課題

- ・ 適切な観測点個数，適切な観測点配置に関する調査
- ・ 解析時間の短縮
(現状1日分を対象とした解析において，スーパーコンピュータを用いたとしても，1日以上 of 計算時間を要している。(メッシュの粗さや時間刻みにも依るが，行列と行列の積等，行列の演算も多いため，多くの計算時間を要する。))

■ 企業様への期待

- ・ 「水域の流れ場予測を高精度に行いたい」と考えています企業様には，本技術の導入が有効であると考えられる。

本技術に関する知的財産権

- 発明の名称：水位状況推定プログラム、水位状況推定システムおよび水位状況推定方法
- 出願番号：特願2021- 52765
- 出願人：国立大学法人長岡技術科学大学
独立行政法人国立高等専門学校機構
- 発明者：倉橋貴彦、劔地利昭，五十嵐 晃平

お問い合わせ先

長岡技術科学大学
産学連携・研究推進課
知的財産係

T E L 0258-47-9279

F A X 0258-47-9040

e-mail patent@jcom.nagaokaut.ac.jp

ご清聴頂きまして
ありがとうございました。